נספח ב: ניתוח משחק של שליטה במידע עם הטיות בדיווח

נשתמש בגרסה של המודל שתוארה בנספח א' על מנת להמחיש מדוע הטיות ומניפולציות בדיווח הן בלתי נמנעות, ומדוע הן מתעצמות בתקשורת האסטרטגית שבין המדינה לאזרחיה בהקשר של מבצע חיסוני הקורונה. כל הנחות המודל שהוצגו בנספח א' תקפות גם כאן, אך בשונה מהניתוח בנספח א', שהתמקד בהחלטה האסטרטגית של המדינה האם לגלות לאזרחיה מידע פרטי שברשותה או שמא להסתירו מפניהם, הפעם נתמקד בהחלטה האסטרטגית של המדינה לגבי תוכן הדיווח שלה לאזרחים ומידת ההטיה שלו. הספרות מראה כי ניתוח של כל אחת משתי ההחלטות בנפרד אינו משנה משמעותית את התוצאות המתקבלות (Einhorn & Ziv 2012). על כן, נוכל להניח בלי הגבלת הכלליות כי המדינה מדווחת לאזרחים את המידע הפרטי שברשותה, ונמקד את הניתוח בהבנת ההחלטה שלה לגבי תוכן הדיווח. ההנחה היא כי המדינה יכולה להטות את הדיווח כפי רצונה, שכן זה אינו ניתן לאימות, אולם ההטיה כרוכה בעלות (למשל, עלות החשיפה של המדווח לתביעות משפטיות או עלות הפגיעה האפשרית במוניטין שלו). נהוג להניח שעלות ההטיה היא פונקציה עולה וקמורה של גודל ההטיה, ולמען הפשטות נניח פונקצית עלות ריבועית מהצורה $c(r-s)^2$, כאשר r הוא הדיווח המתייחס לראליזציה s של הסיגנל הפרטי $\tilde{s}$, ובהתאם לכך $r-s$ היא ההטיה בדיווח, ואילו $c>0$ הוא פרמטר המתאר את העלות השולית של ההטיה. במסגרת המשחק, המדינה בוחרת האם ועד כמה להטות את הדיווח של המידע הפרטי שלה כשמטרתה היא לעודד התחסנות בקרב האזרחים, ואילו האזרחים בוחרים האם להתחסן או לא בהתאם לבסיס המידע העומד לרשותם.

על מנת להמחיש כיצד פרשנות לא רציונלית של הדיווח שמספקת המדינה על ידי חלק מהאזרחים מגדילה את ההטיות בדיווח, נניח כי שיעור $0 \le \lambda \le 1$ מתוך ציבור האזרחים אינו פועל בצורה רציונלית ומתייחס לדיווח כפשוטו, כאילו הוא חף מהטיות, ואילו כל יתר השחקנים (ששיעורם באוכלוסיה הינו $1-\lambda$) מתנהגים בצורה רציונלית. עבור כל ערכי הפרמטר λ, לרבות המקרה $\lambda=0$ שבו כל השחקנים רציונלים, מתקבל שיווי משקל עם דיווח מוטה, אולם ככל שערך הפרמטר λ עולה כך גדלה ההטיה בדיווח.

נתמקד בשיווי משקל ליניארי, שבו הערך הממוצע שהאזרחים מייחסים לחיסון הוא פונקציה ליניארית עולה של הדיווח r מהצורה $\alpha+\beta r$ כאשר α ו- $\beta>0$ הם סקלרים. ההנחה היא שהתועלת של המדינה עולה בערך הממוצע $\alpha+\beta r$ שהציבור מייחס לחיסון בהינתן הדיווח המוטה r ויורדת בעלות $c(r-s)^2$ של ההטיה בדיווח. בהתאם לכך, נניח כי פונקציית המטרה של המדינה נתונה על ידי $x(\alpha+\beta r)-c(r-s)^2$, כאשר x הוא המשקל שניתן בפונקציית המטרה של המדינה לערך הממוצע שהאזרחים מייחסים לחיסון בהינתן הדיווח. לאזרחים ישנה אי ודאות לגבי פונקציית המטרה של המדינה, שכן אין הם יודעים את x ומתייחסים אליו כראליזציה של משתנה מקרי בלתי תלוי $\tilde{x}$ המתפלג נורמלית עם תוחלת μ_x ושונות σ_x^2. אי הוודאות הזו של האזרחים, שעוצמתה מיוצגת על ידי הפרמטר σ_x^2, אינה

מאפשרת להם לזהות במדויק את ההטיה ולתקן באופן מושלם את הדיווח המוטה. תיקון מושלם של הדיווח על ידי האזרחים אפשרי רק במקרה $\sigma_x^2 = 0$.

נתחיל תחילה את אסטרטגית הדיווח של המדינה בשיווי המשקל שמתקבל במשחק. הדיווח האופטימלי r הוא זה שמביא למקסימום את פונקציית המטרה של המדינה. נגזור את פונקצית המטרה של המדינה ביחס לדיווח r ונקבל כי תנאי סדר ראשון הוא $x\beta - 2c(r-s) = 0$. נגזור את הפונקציה שנית ונקבל כי תנאי סדר שני הוא $-2c < 0$. מכאן נסיק כי הדיווח האופטימלי עבור המדינה היא $r = s + x\beta/2c$. ההטיה האופטימלית בדיווח היא לפיכך $x\beta/2c$, והיא כמצופה עולה בתועלת השולית $x\beta$ של ההטיה ויורדת בעלות השולית c של ההטיה. נשים לב כי ההטיה בדיווח היא חיובית אפילו במקרה הפרטי $\lambda = 0$ וגם $\sigma_x^2 = 0$ שבו הציבור מתקן את הדיווח בצורה מושלמת, כך שההטיה בדיווח לא מניבה כל תועלת למדינה אלא רק משיתה עליה עלויות.

כעת, נמצא את ערכי הסקלרים α ו- β בשיווי משקל. שיעור λ מתוך ציבור האזרחים מתייחס לדיווח r כפשוטו, כאילו הוא חף מהטיות, ומייחס על כן לחיסון ערך ממוצע הנתון על ידי $E[\tilde{v}|\tilde{s} = r] = \dfrac{\sigma_1^2\mu + \sigma_0^2 r}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}$. שיעור $1-\lambda$ מהאזרחים מתייחס לדיווח בצורה רציונלית ומבין כי הוא מגלם בתוכו הטיה שגודלה $x\beta/2c$, ולכן הוא מייחס לחיסון ערך ממוצע $E[\tilde{v}|\tilde{s} + \tilde{x}\beta/2c = r] = \dfrac{(\sigma_1^2 + \sigma_x^2\beta^2/4c^2)\mu + \sigma_0^2(r - \mu_x\beta/2c)}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_x^2\beta^2/4c^2}$. נשים לב כי האזרחים הפועלים בצורה רציונלית מנכים מתוך הדיווח המנופח את תוחלת ההטיה הגלומה בו $\mu_x\beta/2c$, בעוד שהאזרחים הנאיביים אינם עושים כן. נשים לב גם שהמידה שבה האזרחים הרציונליים מסתמכים על הדיווח, שנתונה על ידי $\dfrac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_x^2\beta^2/4c^2}$, נמוכה ממידת ההסתמכות $\dfrac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}$ של האזרחים הנאיביים על הדיווח. הערך הממוצע שמייחסים כלל האזרחים לחיסון בהינתן הדיווח האסטרטגי r של המדינה נתון על ידי $\alpha + \beta r = \lambda\dfrac{\sigma_1^2\mu + \sigma_0^2 r}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2} + (1-\lambda)\dfrac{(\sigma_1^2 + \sigma_x^2\beta^2/4c^2)\mu + \sigma_0^2(r - \mu_x\beta/2c)}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_x^2\beta^2/4c^2}$. כעת, על ידי השוואת מקדמים נקבל את המשוואה $\beta = \lambda\dfrac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2} + (1-\lambda)\dfrac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_x^2\beta^2/4c^2}$ המגדירה את הסקלר β בצורה סתומה וניתנת להצגה שקולה כלהלן: $G(\beta) = \beta - \lambda\dfrac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2} - (1-\lambda)\dfrac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_x^2\beta^2/4c^2} = 0$. הפונקציה $G(\beta)$ שבאגף שמאל של המשוואה עולה מונוטונית ב- β, וכן $\lim_{\beta\to 0} G(\beta) = -\dfrac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2} < 0$ ו- $\lim_{\beta\to\infty} G(\beta) = \infty$.

לכן, לפי משפט הפונקציות הסתומות, קיים למשוואה הסתומה שהתקבלה פתרון חיובי β יחיד, שבאמצעותו ניתן לקבל את הסקלר $\alpha = (1-\beta)\mu - (1-\lambda)\frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_x^2 \beta^2 / 4c^2}\mu_x \beta / 2c$.

הפתרון היחיד β של המשוואה הסתומה עולה בפרמטר λ, כי הפונקציה $G(\beta)$ שבאגף שמאל של המשוואה יורדת מונוטונית בפרמטר λ. מכאן, נסיק כי ככל שגדל השיעור λ של האזרחים בציבור שמתנהגים בצורה לא רציונלית, כך גדלה בממוצע מידת ההסתמכות β של הציבור על דיווחי הממסד, ובהתאם, גדל התמריץ של הממסד להטות את הדיווח וגדלה ההטיה $x\beta / 2c$ הגלומה בו.